Задание № 10 Предел последовательности

*Задание может быть выполнено либо в формате документа Word, либо в виде фотографии выполненного на бумаге решения.*

**Примеры раскрытия неопределенностей при вычислении пределов**

**Пример 1.** Вычислить пределы последовательностей: а) ; б) ; в) ; г) ; д) 

*Решение.* а) при  пределы и числителя и знаменателя равны , значит, имеем дело с неопределенностью вида . для раскрытия неопределенности поделим числитель и знаменатель дроби на старшую степень  (в нашем случае – на ) и воспользуемся теоремой о пределе и арифметических операциях:



б) применим аналогичный прием: поделим числитель и знаменатель на :

;

в) аналогично: поделим числитель и знаменатель на :

. при делении ненулевого числа на 0 получится либо , либо  (см. М3.1.1). Для определения знака бесконечности в ответе установим к какого рода бесконечностям стремятся числитель и знаменатель. Коэффициент при старшей степени числителя отрицателен, значит, . По той же причине . Таким образом, найдется номер , начиная с которого и числитель и знаменатель будут отрицательны, а значение дроби – положительно. Следовательно .

На основе примеров а)-в) можно сделать вывод: предел отношения многочленов при  равен:

- нулю, если степень числителя меньше степени знаменателя;

- плюс или минус бесконечности, если степень числителя больше степени знаменателя;

- отношению коэффициентов при старших степенях числителя и знаменателя, если эти старшие степени равны.

г) применим только что выведенное правило. Степень числителя равна , а степень знаменателя равна . Значит, ;

д) поделим числитель и знаменатель на степень с большим по модулю основанием (в нашем случае – на : .

**Пример 2.** Вычислить пределы: а) ; б) ;

*Решение.* а) поделим числитель и знаменатель на :

;

б) 

**Пример 3.** Вычислить пределы а) ; б) ; в) ;

*Решение.* а) Поскольку , то  .

б) Аналогично: ; 

в) Попытка поступить аналогично а) и б), приводит к неопределенности  . Такая же неопределенность  имела место и во втором «замечательном» пределе . Преобразуем: . Сделаем замену переменной , тогда  и если , то и . Поскольку , то получим предел .

.

**Самостоятельная работа:**

1. Вычислить пределы: а) ; б) ; в) ; г) ; д) ;
2. Вычислить пределы: а) ; б) ;
3. Вычислить пределы: а) ; б) ; в) ;
4. Вычислить пределы: а) ; б) ; в) ;
5. Вычислить пределы: а) ; б) ; в) ; г) ;